MODUL
TEMA 11

Jauh Dekat Bisa Didapat

MATEMATIKA PAKET C SETARA SMA/MA KELAS XII

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2020

MODUL
TEMA 11

Jauh Dekat Bisa Didapat

MATEMATIKA PAKET C SETARA SMA/MA KELAS XII

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat
Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan
Tahun 2020

Matematika Paket C Setara SMA/MA Kelas XII
Modul Tema 11 : Jauh Dekat Bisa Didapat

- **Penulis:** Garianto, M. Hanafiah Novie, S.Pd., M.Si; Dra. Agina J. Rosda.
- **Editor:** Dr. Samto; Dr. Subi Sudarto
  Dra. Maria Listiyanti; Dra. Suci Paresti, M.Pd.;Apriyanti Wulandari, M.Pd.

- **Diterbitkan oleh**: Direktorat Pendidikan Masyarakat dan Pendidikan Khusus–Direktorat Jenderal Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah–Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

iv+ 44 hlm + illustrasi + foto; 21 x 28,5 cm

Modul Dinamis: Modul ini merupakan salah satu contoh bahan ajar pendidikan kesetaraan yang berbasis pada kompetensi inti dan kompetensi dasar dan didesain sesuai kurikulum 2013. Sehingga modul ini merupakan dokumen yang bersifat dinamis dan terbuka lebar sesuai dengan kebutuhan dan kondisi daerah masing-masing, namun merujuk pada tercapainya standar kompetensi dasar.

Kata Pengantar

Pendidikan kesetaraan sebagai pendidikan alternatif memberikan layanan kepada mayarakat yang karena kondisi geografis, sosial budaya, ekonomi dan psikologis tidak berkesempatan mengikuti pendidikan dasar dan menengah di jalur pendidikan formal. Kurikulum pendidikan kesetaraan dikembangkan mengacu pada kurikulum 2013 pendidikan dasar dan menengah hasil revisi berdasarkan peraturan Mendikbud No.24 tahun 2016. Proses adaptasi kurikulum 2013 ke dalam kurikulum pendidikan kesetaraan adalah melalui proses kontekstualisasi dan fungsionalisasi dari masing-masing kompetensi dasar, sehingga peserta didik memahami makna dari setiap kompetensi yang dipelajari.

Pembelajaran pendidikan kesetaraan menggunakan prinsip flexible learning sesuai dengan karakteristik peserta didik kesetaraan. Penerapan prinsip pembelajaran tersebut menggunakan sistem pembelajaran modular dimana peserta didik memiliki kebebasan dalam penyelesaian tiap modul yang di sajikan. Konsekuensi dari sistem tersebut adalah perlunya disusun modul pembelajaran pendidikan kesetaraan yang memungkinkan peserta didik untuk belajar dan melakukan evaluasi ketuntasan secara mandiri.

Tahun 2017 Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan, Direktorat Jendral Pendidikan Anak Usia Dini dan Pendidikan Masyarakat mengembangkan modul pembelajaran pendidikan kesetaraan dengan melibatkan Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru dan tutor pendidikan kesetaraan. Modul pendidikan kesetaraan disediakan mulai paket A tingkat kompetensi 2 (kelas 4 Paket A). Sedangkan untuk peserta didik Paket A usia sekolah, modul tingkat kompetensi 1 (Paket A setara SD kelas 1-3) menggunakan buku pelajaran Sekolah Dasar kelas 1-3, karena mereka masih memerlukan banyak bimbingan guru/tutor dan belum bisa belajar secara mandiri.

Kami mengucapkan terimakasih atas partisipasi dari Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kemdikbud, para akademisi, pamong belajar, guru, tutor pendidikan kesetaraan dan semua pihak yang telah berpartisipasi dalam penyusunan modul ini.

Jakarta, 1 Juli 2020
Plt. Direktur Jenderal

Hamid Muhammad

Daftar Isi

JAUH DEKAT BISA DIDAPAT

Petunjuk Penggunaan Modul

Langkah-langkah penggunaan modul adalah sebagai berikut.

1. Mengikuti jadwal kontrak belajar yang telah disepakati dengan tutor;
2. Membaca dan memahami uraian materi pembelajaran;
3. Mengidentifikasi materi-materi pembelajaran yang sulit atau perlu bantuan konsultasi dengan tutor, sedangkan materi lainnya dipelajari dan dikerjakan secara mandiri atau penguatan pembelajaran bersamatutor;
4. Melaksanakan tugas-tugas dalam modul dengan benar untuk lebih memahami materi pembelajaran;
5. Mengerjakan soal latihan dengan benar untuk lebih memahami materi pembelajaran;
6. Apabila ada kesulitan untuk memahami materi modul, Anda dapat meminta bantuan teman, tutor, atau orang yang Anda anggap dapat memberikan penjelasan lebih baik tentang modul kepada Anda.
7. Lakukan penilaian pemahaman Anda dengan mengerjakan soal-soal latihan yang disediakan pada akhir unit pada setiap modul.
8. Apabila hasil penilaian pemahaman Anda memiliki nilai > 70, maka Anda dikatakan tuntas belajar modul ini dan dapat melanjutkan ke modul berikutnya.
9. Apabila hasil penilaian pemahaman belum tuntas, Anda dapat mempelajari kembali modul ini dan mengerjakan ulang soal latihan yang disediakan pada setiap akhirunit.

10. Apabila Anda masih mengalami kesulitan mengerjakan soal latihan, maka Anda dapat menggunakan rubrik penilaian, kunci jawaban dan pembahasan yang disediakan pada akhir modul.
11. Selamat membaca dan mempelajari modul.Apabila Anda mengalami kesulitan atau ingin mendalami lebih lanjut uraian materi, melaksanakan tugas pembelajaran, latihan dan soal yang diberikan belum cukup membuat anda menguasai kompetensi.

Tujuan yang diharapkan setelah mempelajari modul

Setelah membaca dan mempelajari Modul 11: *Jauh Dekat Bisa Didapat*, Anda diharapkan mampu:

1. Memahami konsep mengenai jarak antara titik ke titik, jarak antara titik ke garis dan jarak antara titik ke bidang serta penggunaannya dalam menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari.
2. Terampil melakukan operasi matematika yang berkaitan dengan jarak antara titik ke titik, jarak antara titik ke garis dan jarak antara titik ke bidang serta penggunaannya dalam menyelesaikan masalah kehidupan sehari-hari.
3. Terbentuk dan memiliki sikap kemandirian, bertindak logis, tidak mudah menyerah dan percaya diri menggunakan matematika dalam pengembangan kehidupan ekonomi dan masalah lainnya sehari-hari.

Pengantar Modul

Geometri adalah materi yang menjelaskan secara rinci mengenai tittik, garis, dan bidang. *Jauh Dekat Bisa Didapat* adalah sebuah modul yang menjelaskan materi mengenai jarak dalam ruang, yang meliputi: jarak titik ke titik, jarak titik ke garis, dan jarak titik ke bidang. Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menghadapi masalah yang berkaitan dengan geometri. Misalkan: 1) ketika bola-bola bliyard ditumbuk dengan bola bliyard induk (undas), tentunya memerlukan perhitungan jaraknya; 2) ketika pemain sepak bola menendang bola ke dalam gawang; 3) saat memasang lampu di tengah atas ruang tamu; dan masih banyak lagi permasalahan lainnya. Untuk menjawab permasalahan tersebut di atas, maka Anda perlu memahami tentang jarak dalam ruang. Oleh karena itu, Anda perlu mempelajari modul 1 dengan tema *Jauh Dekat Bisa Didapat* :

1. Unit 1: Antara Dua Titik

   Pada unit 1 ini memuat penjelasan mengenai kedudukan kedudukan titik terhadap titik dan menentukan jarak antara titik ke titik dalam ruang.

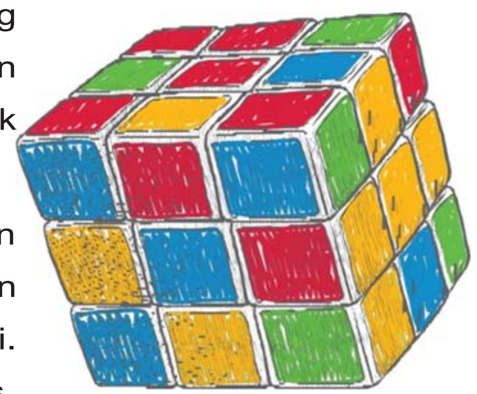
2. Unit 2: Antara Titik dan Garis

   Pada unit 2 ini memuat penjelasan mengenai kedudukan titik terhadap garis dan menentukan jarak antara titik ke garis dalam ruang.

3. Unit 3: Antara Titik dan Bidang

   Pada unit 3 ini memuat penjelasan mengenai kedudukan titik terhadap bidang dan menentukan jarak antara titik ke bidang dalam ruang.

UNIT 1 ANTARA DUA TITIK



Dalam kehidupan sehari-hari kita sering dihadapkan permasalahan yang berhubungan dengan geometri khususnya jarak antara titik ke titik.

Pernahkah Anda melihat atau memainkan rubik? Rubik merupakan sebuah permainan puzzle mekanis dalam bentuk tiga dimensi. Rubik pada umumnya berbentuk kubus, seperti gambar di samping ini.Tahukah Anda berapa panjang diagonal bidang dan ruang pada rubik? Untuk menjawab hal tersebut Anda harus kembali mengingat konsep cara mencari diagonal bidang dan diagonal ruang. Panjang diagonal bidang dan diagonal ruang merupakan panjang dari titik ke titik yang akan dibahas pada unit 1 yaitu Jarak Antara Titik Ke Titik.

Jarak antara titik ke titik adalah panjang ruas garis yang ditarik dari titik yang satu hingga ke titik yang lain. Dalam unit 1 modul ini akan dibahas mengenai kedudukan titik terhadap titik dan bagaimana cara menentukan jarak antar titik pada bangun ruang. Adapun materi yang akan dibahas dalam modul 1 yaitu : 1) kedudukan titik terhadap titik; dan 2) jarak antara titik ke titik.

A. Kedudukan Titik Terhadap Titik

Dalam dunia menulis titik merupakan tanda yang digunakan untuk mengakhiri sebuah kalimat, sedangkan dalam dunia matematika titik merupakan sesuatu yang punya kedudukan, tetapi titik tidak punya ukuran. Secara matematik definisi titik adalah sesuatu yang tidak mempunyai bagian sama sekali, tidak berbentuk dan tidak mempunyai ukuran.

Dari pengertian di atas, maka titik dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. Tidak mempunyai ukuran
2. Tidak memiliki panjang, lebar atau tebal.
3. Memiliki tempat(posisi)

Sebuah titik hanya dapat ditentukan oleh letaknya, tetapi tidak memiliki ukuran (panjang, lebar dan tinggi) sehingga dapat dikatakan titik tidak berdimensi. Sebuah titik dilukiskan dengan tanda noktah dan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital.

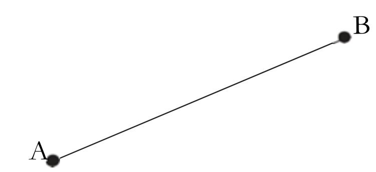
Jika terdapat dua buah titik, misalnya A dan B, maka ada dua kemungkinan kedudukan antara kedua titik tersebut, yakni *berimpit* (*sama*) atau tidak *berimpit* (*berlainan*). Dua buah titik dikatakan berimpit jika letak kedua titik tersebut sama; dan dikatakan berlainan jika keduanya berbeda.

Titik A dan B berimpit

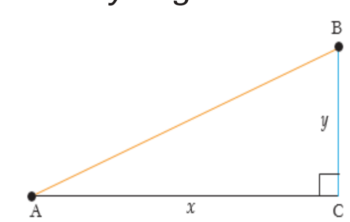
Titik A dan B tidak berimpit

B. Jarak Titik Terhadap Titik

Jarak antara dua titik (jarak titik ke titik) adalah panjang ruas garis yang ditarik dari titik yang satu hingga ke titik yang lain. Misalkan, jarak antara titik A dan titik B adalah panjang ruas garis AB



Jarak antara titik A ke titik B, yaitu panjang ruas garis AB dapat ditentukan dengan *rumus Pythagoras*.

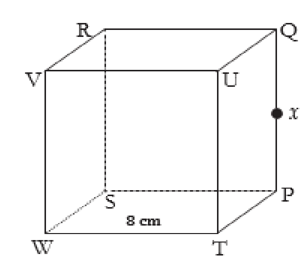


$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$
$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2}$$
$$AB = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Untuk memantapkan pemahaman Anda tentang jarak titik ke titik pada bangun ruang, perhatikan beberapa contoh soal berikut ini.

Contoh :

1. Perhatikan gambar kubus PQRS.TUVW di bawah ini!



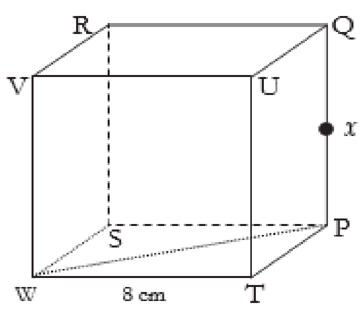
Jika panjang rusuk kubus di atas adalah 8 cm dan titik X merupakan pertengahan antara rusuk PQ. Maka hitunglah jarak:

a. titik W ke T
b. titik W ke titik P
c. titik W ke titik X
d. titik W ke titik Q
e. titik T ke titik X

Penyelesaian :

a. Jarak titik W ke titik T adalah panjang ruas garis yang menghubungkan titik W dan titik T yaitu WT. Karena WT adalah rusuk kubus tersebut maka panjangnya WT adalah 8 cm. Berarti jarak W ke T adalah 8 cm.

b. Perhatikan gambar !



Titik W ketitik P merupakan panjang ruas garis PW. Garis PW merupakan panjang diagonal sisi kubus, maka dengan menggunakan teoremaphytagoras:

$PW^2 = TW^2 + PT^2$

$PW = \sqrt{(TW^2 + PT^2)}$

$= \sqrt{(8^2 + 8^2)}$

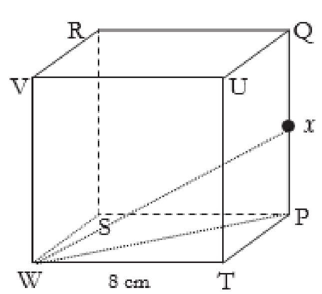
$= \sqrt{(64 + 64)}$

$= \sqrt{128}$

$= 8\sqrt{2}$

Jadi, jarak titik P ke titik W adalah $8\sqrt{2}$ cm

c. Perhatikan gambar !



Titik W ke titik X merupakan panjang ruas garis WX. Panjang PX sama dengan setengah panjang rusuk PQ, maka: PX = ½ PQ = ½ 8 cm = 4 cm

Dengan menggunakan teorema phytagoras:

$WX = \sqrt{(PW^2 + PX^2)}$

$= \sqrt{((8\sqrt{2})^2 + 4^2)}$

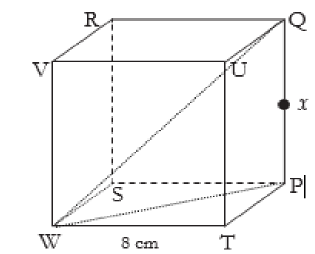
$= \sqrt{(128 + 16)}$

$= \sqrt{144}$

$= 12$ cm

Jadi, jarak titik W ke titik X adalah 12 cm.

d. Perhatikan gambar !



Titik W ke titik Q merupakan panjang garis QW. Garis QW merupakan panjang diagonal ruang kubus, maka dengan menggunakan teorema phytagoras:

$QW^2 = PW^2 + PQ^2$

$QW = \sqrt{(PW^2 + PQ^2)}$

$= \sqrt{((8\sqrt{2})^2 + 8^2)}$

$= \sqrt{(128 + 64)}$

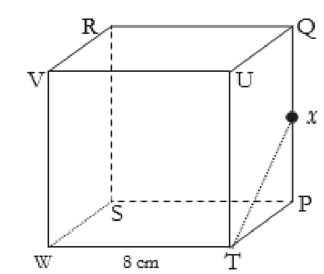
$= \sqrt{192}$

$= 8\sqrt{3}$ cm

Jadi jarak titik W ke titik Q adalah $8\sqrt{3}$ cm.

e. Titik T ke titik X merupakan panjang garis TX. Panjang PX sama dengan setengah panjang rusuk PQ, maka:

PX = ½ PQ = ½ 8 cm = 4 cm.



Dengan menggunakan teorema Phytagoras:

$TX^2 = PT^2 + PX^2$

$TX = \sqrt{(PT^2 + PX^2)}$

$= \sqrt{(8^2 + 4^2)}$

$= \sqrt{(64 + 16)}$

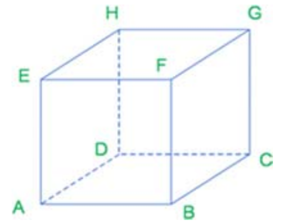
$= \sqrt{80}$

$= 4\sqrt{5}$ cm

Jadi jarak titik T ke titik X adalah $4\sqrt{5}$ cm.

Contoh :

Perhatikangambarkubus ABCD.EFGH di bawah ini!

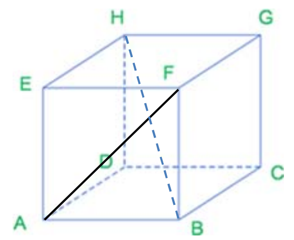


Jika panjang panjang rusuk kubus tersebut adalah 12 cm. Tentukan:

a. panjang diagonal bidang
b. panjang diagonal ruang
c. Jarak A ke pertengahan rusuk GH
d. Jarak A ke pusat bidang EFGH

Penyelesaian:

AF adalah salah satu contoh diagonal bidang pada kubus, dan BH adalah salah satu contoh diagonal ruang pada kubus



a. Perhatikan segitiga ABF yang siku-siku di B. Dengan rumus Pythagoras :

$AF^2 = AB^2 + BF^2$
$AF = \sqrt{(AB^2 + BF^2)}$
$= \sqrt{(12^2 + 12^2)}$
$= \sqrt{(144 + 144)}$
$= \sqrt{288}$
$= \sqrt{(144.2)}$
$= \sqrt{144} . \sqrt{2}$
$= 12\sqrt{2}$

Jadi panjang diagonal bidang kubus tersebut adalah $12\sqrt{2}$ cm.

b. Perhatikan segitiga BFH yang siku-siku di F. Dengan rumus Pythagoras :

$BH^2 = BF^2 + FH^2$
$BH = \sqrt{(BF^2 + FH^2)}$
$= \sqrt{(12^2 + (12\sqrt{2})^2}$
$= \sqrt{(144 + 288)}$
$= \sqrt{432}$
$= \sqrt{(144.3)}$
$= \sqrt{144} . \sqrt{3}$
$= 12\sqrt{3}$

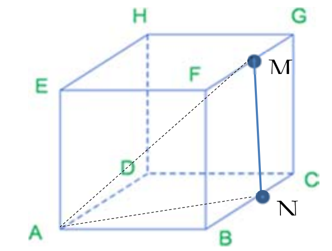
Jadi panjang diagonal ruang kubus tersebut adalah $12\sqrt{3}$ cm.

Catatan:

Pada kubus dengan panjang sisi = s , maka :

- Panjang diagonal bidang = $s\sqrt{2}$
- Panjang diagonal ruang = $s\sqrt{3}$

c. Perhatikan gambar di bawah ini!



Titik M adalah pertengahan FG. Untuk menghitung jarak A ke M, perhatikan segitiga ANM yang siku-siku di N sehingga berlaku rumus Pythagoras :

$$AM^2 = AN^2 + MN^2 .$$

Karena MN=CG=12 cm dan $AN^2 = AB^2 + BN^2$ sehingga

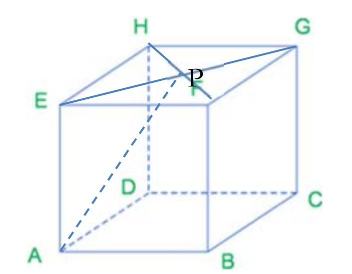
$$AN = \sqrt{12^2 + 6^2}$$
$$AN = \sqrt{144 + 36} - \sqrt{180}$$
$$AN = 6\sqrt{5}$$

Maka didapat, berturut-turut

$$AM = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 + 12^2}$$
$$AM = \sqrt{180 + 144}$$
$$AM = \sqrt{324} = 18$$

Berarti jarak A ke pertengahan FG adalah AM = 18 cm..

d. Perhatikan gambar berikut !



Misalkan P adalah pusat bidang EFGH maka jarak titik A ke titik P dapat ditentukan dengan memanfaatkan segitiga AEP yang siku-siku di E sehingga berlaku rumus Pythagoras :

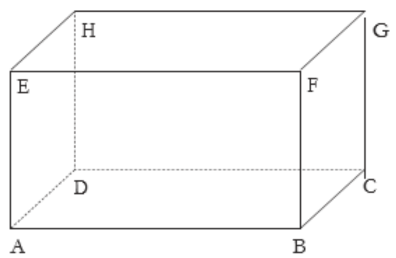
$$AP^2 = AE^2 + EP^2.$$

Karena AE = 12 cm. sedangkan EP = ½ EG = ½ . $12\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ maka didapat :

$$AP = \sqrt{12^2 + (6\sqrt{2})^2}$$
$$AP = \sqrt{144 + 72}$$
$$AP = \sqrt{216}$$
$$AP = 6\sqrt{6}$$

Dengan demikian, jarak A ke pusat bidang EFGH adalah $6\sqrt{6}$ cm.

2. Perhatikan gambar balok ABCD.EFGH di bawah berikut ini!



Jika diketahui panjang AB = 8 cm, BC = 6 cm dan AE = 5 cm. hitunglah:

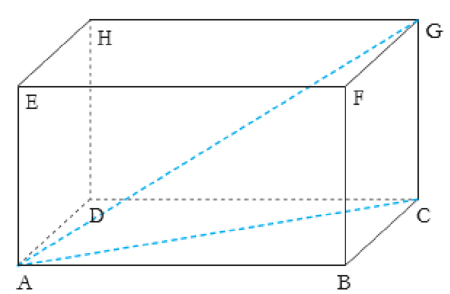
a. Jarak A ke C
b. Jarak A ke G
c. Jarak A ke pertengahan GH
d. Jarak B ke pusat bidang ADHE

Penyelesaian :

a. perhatikan segitiga ABC.

Segitiga ini siku-siku di B.

Dengan rumus Pythagoras :



$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 8^2 + 6^2$
$AC^2 = 100$
$AC = \sqrt{100}$
$AC = 10$

Jadi panjang A ke C adalah 10 cm

b. Jarak A ke G = panjang diagonal ruang

Perhatikan segitiga ACG yang siku-siku di C. Dengan rumus Pythagoras didapat :

$AG^2 = AC^2 + CG^2$
$\Leftrightarrow AG^2 = 10^2 + 5^2$
$\Leftrightarrow AG^2 = 100 + 25$
$\Leftrightarrow AG = \sqrt{125}$
$\Leftrightarrow AG = 5\sqrt{5}$

Jadi panjang A ke G adalah $5\sqrt{5}$ cm

Selain dengan cara tersebut di atas, untuk menentukan panjang diagonal ruang (A ke G) dapat digunakan dengan cara sebagai berikut:

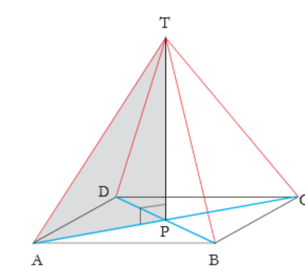
$$AG = \sqrt{8^2 + 6^2 + 5^2} \Leftrightarrow AG = \sqrt{125} \Leftrightarrow AG = 5\sqrt{5} \text{ cm}$$

Catatan:

Perlu Anda ingat, apabila ada sebuah balok dengan panjang p, lebar l, dan tinggi t, maka panjang diagonal ruang balok (d) tersebut dirumuskan :

$$d = \sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$$

3. Diketahui limas beraturan T.ABCD dengan panjang AB = 12 cm dan TA = 18 cm. Jika P adalah titik potong AC dan BD, maka hitunglah jarak titik T ke P!



Penyelesaian:

Sketsa gambar limas sebagai berikut:

Perhatikan bahwa segitiga APT merupakan segitiga siku-siku di titik P.

AT = 18 cm, AP = 1/2AC = ½($12\sqrt{2}$) = $6\sqrt{2}$ cm.

$TP = \sqrt{(AT^2 - AP^2)}$

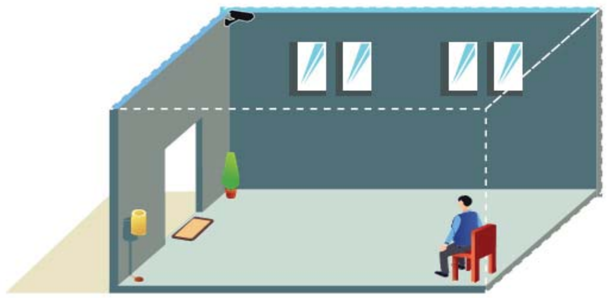
$\Leftrightarrow TP = \sqrt{(18^2 - (6\sqrt{2})^2)}$

$= \sqrt{(324 - 72)}$

$= \sqrt{252} = 6\sqrt{7}$

Jadi jarak titik T ke P adalah $6\sqrt{7}$ cm.

4. Perhatikan gambar ruangan berikut ini!



Pada gambar tampak ada seseorang yang duduk di salah satu sudut ruangan dan terdapat kamera CCTV yang dipasang pada pojok atas ruangan. Apabila ruangan tersebut berukuran: 10 m x 8 m x 6 m. Berapa jarak seseorang yang duduk di sudut ruangan ke CCTV?

Penyelesaian :

Jarak seseorang yang duduk di sudut ruangan ke CCTV = panjang diagonal ruang. Ada 2 cara untuk menentukan panjang diagonal ruang pada bangun yang berbentuk balok.

Cara pertama	Cara kedua
Dengan menggunakan dalil Phytagoras, diperoleh: Panjang diagonal bidang = $\sqrt{(10^2 + 8^2)} = \sqrt{164}$ Panjang diagonal ruang : $\sqrt{((\sqrt{164})^2 + 6^2)} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$ meter	Panjang diagonal ruang $= \sqrt{(p^2 + l^2 + t^2)}$ $= \sqrt{(10^2 + 8^2 + 6^2)}$ $= \sqrt{200}$ $= 10\sqrt{2}$

Jadi jarak orang tersebut ke CCTV adalah $10\sqrt{2}$ meter.

Saran Referensi

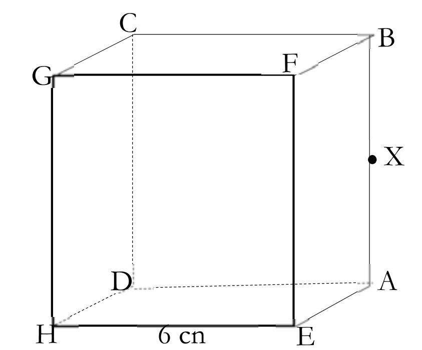
Untuk lebih memudahkan dalam mempelajari dan memahami materi pada unit 1 mengenai jarak antara dua titik, Anda diharapkan dapat melihat youtube video pembelajaran tutorial mengenai jarak antara dua titik melalui internet. Video pembelajaran tersebut dapat dilihat, antara lain pada:

https://www.youtube.com/watch?v=zmBC1Pa-kLY
https://www.youtube.com/watch?v=Qfeqmkz8D-0
https://www.youtube.com/watch?v=uGACnM4rOPQ
https://www.youtube.com/watch?v=FY9Inp0hYdE

Selamat mencoba!

SOAL LATIHAN 1

1. Perhatikan gambar kubus di bawah ini!



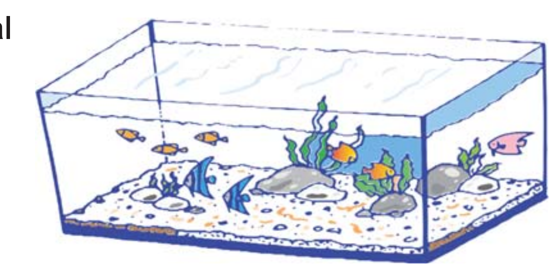
Jika panjang rusuk kubus di atas adalah 6 cm dan titik X merupakan pertengahan antara rusuk AB. Maka hitunglah jarak:

a. titik H ke titik A
b. titik H ke titik X
c. titik H ke titik B
d. titik E ke titik X

2. Kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm. Titik P adalah perpotongan diagonal bidang ABCD.

a. Gambarlah sketsa kubus tersebut!
b. Tentukan jarak titik P ke titik G!

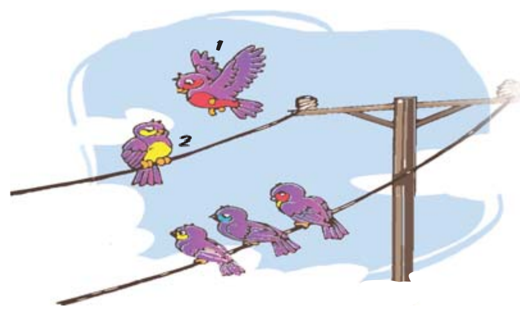
3. Sebuah akuarium dengan ukuran panjang 50 cm, lebar 25 cm, dan tinggi 20 cm. Tentukan panjang diagonal ruang akuarium tersebut!



UNIT 2 ANTARA TITIK DAN GARIS

A. Kedudukan Titik Terhadap Garis

Perhatikan gambar berikut !



Gambar di samping adalah gambar burung-burung yang hinggap pada kabel dan burung yang berada di sekitar kabel tetapi belum hinggap. Jika kita amati, posisi burung 1 dalam keadaan terbang atau belum hinggap pada kabel. Lain halnya dengan burung 2 dan lainnya yang sudah dalam keadaan hinggap pada kabel. Jika burung-burung tersebut dianalogikan dengan titik, dan kabel kita analogikan dengan sebuah garis, maka gambar di atas menunjukkan kepada kita tentang kedudukantitikterhadapgaris.

Sekarang, coba Anda perhatikan kembali gambar burung tersebut! Misalkan burung-burung tersebut adalah sebuah titik dan kabel tersebut merupakan garis, maka burung yang hinggap di kabel listrik (dilingkari merah) dapat dikatakan sebagai titik terletak pada garis. Sedangkan gambar burung yang terbang dan akan hinggap di kabel listrik (dilingkari warna biru) dapat dikatakan sebagaititik terletak di luar garis.

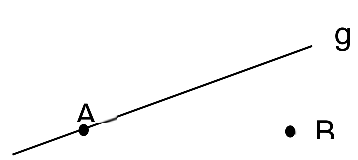
Ada dua kemungkinan kedudukan titik terhadap garis yaitu :

1. *Titik terletak pada garis*

   Sebuah titik dikatakan terletak pada garis, jika titik tersebut dilalui oleh garis. Jika titik A dilalui oleh garis g maka dikatakan titik A terletak pada garis g.

2. *Titik di luar pada garis*

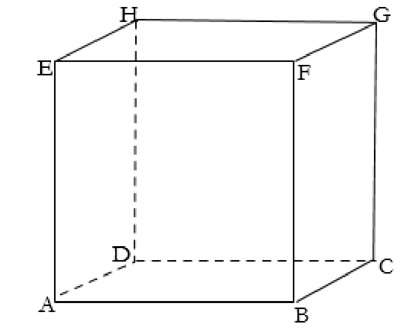
   Sebuah titik dikatakan di luar garis, jika titik tersebut tidak dilalui oleh garis. Jika titik A tidak dilalui oleh garis g maka dikatakan titik A terletak di luar garis g.



A terletak pada g; B di luar garis g

Contoh :

Perhatikan gambar kubus berikut.

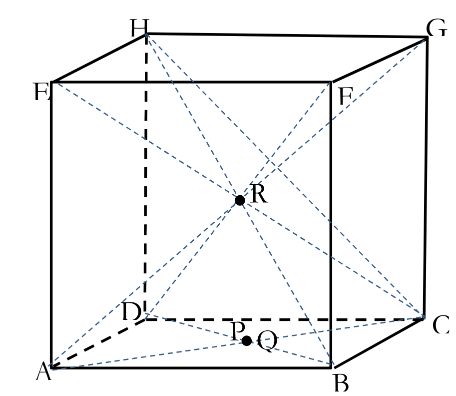


Titik P pertengahan AC. Titik adalah pertengahan AC dan titik Q pertengahan BD, sedangkan BD dan CE berpotongan di titik R. Katakan dan jelaskan pernyataan berikut benar atau salah !

a. titik P dan Q berimpit
b. titik P dan R berimpit
c. titik Q dan R tidak berimpit
d. titik P terletak pada garis BD
e. titik Q terletak pada garis AC
f. titik R terletak pada garis HB
g. titik R terletak pada garis HC
h. titik R terletak pada garis EC

Penyelesaian :

Perhatikan gambar!



a. titik P dan Q berimpit : Benar
   AC dan BD, keduanya adalah diagonal persegi ABCD yang berpotongan di pertengahan keduanya, Jadi P dan Q berimpit.

b. titik P dan R berimpit : Salah.
   P terletak pada AC, sedangkan R tidak terletak pada AC. Jelas keduanya berlainan, sehingga P dan R tidak berimpit.

c. titik Q dan R tidak berimpit : Salah
   Q terletak pada BD, sedangkan R tidak terletak pada BD. Jelas keduanya berlainan, sehingga Q dan R tidak berimpit.

d. titik P terletak pada garis BD : Benar
   P berimpit dengan Q, sedangkan Q terletak pada BD. Karena Q terlretak pada BD maka P juga terletak pada BD.

e. titik Q terletak pada garis AC : Benar
   P dan Q berimpit, Karena P terletak pada ACmaka Q terlretak pada juga terletak pada AC.

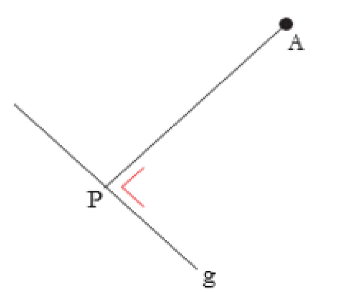
f. titik R terletak pada garis HB : Benar
HB, EC, FD, dan GA adalah diagonal ruang kubus. Keempat diagonal ruang kubus berpotongan di titik pertengahannya. Berarti keempatnya melalui titik R. Jadi R terletak pada HB.

g. titik R terletak pada garis HC : Salah
HC tidak melalui R maka R tidak terletak pada HC.

h. titik R terletak pada garis EC : Benar
HB, EC, FD, dan GA adalah diagonal ruang kubus. Keempat diagonal ruang kubus berpotongan di titik pertengahannya. Berarti keempatnya melalui titik R, termasuk EC. Jadi R terletak pada EC.

B. Jarak Titik Terhadap Garis

Jarak titik ke garis adalah jarak terdekat sebuah titik ke garis, jarak terdekat diperoleh dengan menarik garis yang tegak lurus dengan garis yang dimaksud. Perhatikan gambar di bawah ini !



Jarak titik A ke garis g adalah AP

Pada gambar terdapat titik A dan garis g. Jarak antara titik A dengan garis g diperoleh dengan menarik garis dari titik A ke garis g, garis tersebut berhenti di titik P sehingga terbentuklah garis AP yang tegak lurus terhadap garis g. Jarak darititik A ke garis g merupakan panjang dari garis AP. Sehingga jarak titik dengan garis adalah panjang ruas garis yang ditarik dari titik tersebut secara tegak lurus terhadap garis tersebut.

Bagaimana cara menentukan jarak titik ke garis? Untuk memantapkan pemahaman Anda tentang jarak titik ke garis pada bangun ruang, perhatikan contoh soal berikut ini.

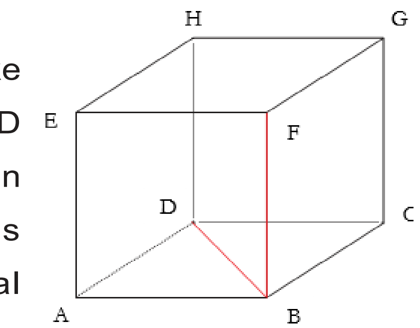
Contoh :

a. Diketahui panjang rusuk sebuah kubus ABCD.EFGH adalah 6cm.
Hitunglah jarak:
i. titik D ke garis BF
ii. titik B ke garis EG

Penyelesaian :

Agar lebih mudah dalam menjawabnya, mari kita perhatikan gambar di bawah ini.

a. Dari gambar !



Kita bisa melihat bahwa jarak titik D ke garis BF adalah panjang diagonal BD yang dapat ditentukan dengan menggunakan teorema Phytagoras ataupun dengan sifat diagonal persegi. Mari kita selesaikan dengan teorema phytagoras terlebih dahulu :

$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$
$$= 6^2 + 6^2$$
$$= 72$$
$$BD = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

Jadi, jarak titik D ke garis BF adalah $6\sqrt{2}$ cm.

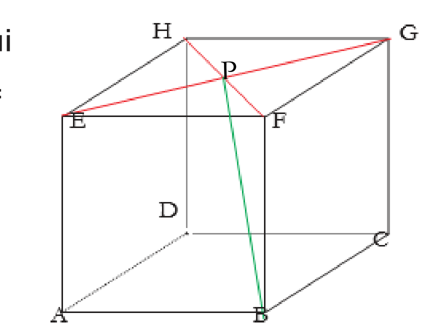
Cara lain :

Dengan menggunakan sifat diaginal persegi :

$$d = s\sqrt{2} \leftrightarrow BD = AB\sqrt{2} \leftrightarrow BD = 6\sqrt{2}$$

Jadi, jarak titik D ke garis BF adalah $6\sqrt{2}$ cm

b. Perhatikan gambar. Jarak B ke EG = BP

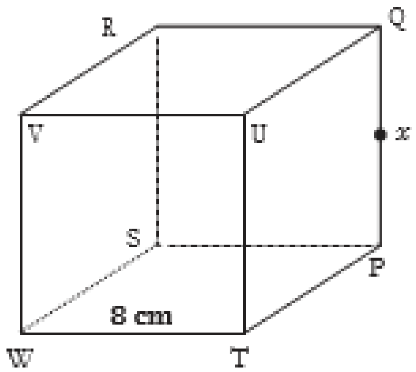


Dari perhitungan pada soal a) diketahui bahwa panjang diagonal sisi kubus FH = BD adalah $6\sqrt{2}$cm. Untuk mengetahui panjang BP, kita gunakan teorema Phytagoras untuk segitiga siku-siku BFP. Karena $FP = \frac{1}{2} FH = 3\sqrt{2}$ cm maka:

$$BP^2 = FP^2 + BF^2$$
$$BP^2 = (3\sqrt{2})^2 + 6^2$$
$$BP^2 = 18 + 36$$
$$BP^2 = 54$$
$$BP = \sqrt{54}$$
$$BP = 3\sqrt{6} \text{ cm}$$

Jadi, jarak titik B ke garis EG adalah $3\sqrt{6}$ cm.

b. Perhatikan gambar kubus PQRS.TUVW di bawah ini.



Panjang rusuk kubus di samping adalah 8 cm dan titik X merupakan pertengahan rusuk PQ.

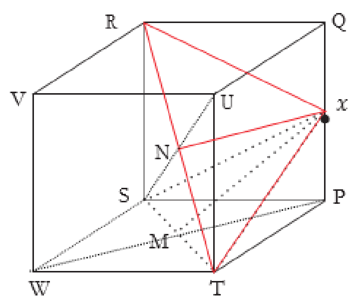
Hitung jarak:

a. titik X ke garis ST

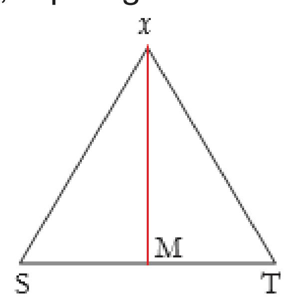
b. titik X ke garis RT

Penyelesaian :

i. Perhatikan gambar !



Titik X ke garis ST merupakan panjang garis dari titik X ke titik M (garis MX) yang tegak lurus dengan garis ST, seperti gambar berikut.



ST = PW dan MT = ½ ST = ½ PW = $4\sqrt{2}$

Jadi jarak x ke garis ST adalah $4\sqrt{2}$ cm.

Dengan menggunakan teorema Phytagoras :

$MX = \sqrt{(TX^2 - MT^2)}$

$MX = \sqrt{((4\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{2})^2)}$

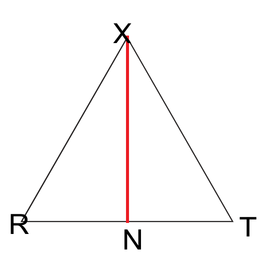
$MX = \sqrt{(80 - 32)}$

$MX = \sqrt{48}$

$MX = 4\sqrt{2}.$

Jadi jarak x ke garis ST adalah $4\sqrt{2}$ cm.

ii. Titik X ke garis RT merupakan panjang garis dari titik X ke titik N (garis NX) yang tegak lurus dengan garis RT, seperti gambar berikut.



NT = ½ RT = ½ .$4\sqrt{3}$ = $2\sqrt{3}$

Dengan menggunakan teorema Phytagoras :

$NX = \sqrt{(TX^2 - NT^2)}$

$NX = \sqrt{((4\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{3})^2)}$

$NX = \sqrt{(80 - 48)}$

$NX = \sqrt{32}$

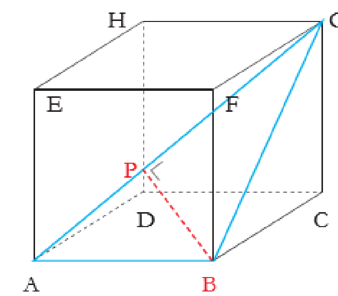
$NX = 4\sqrt{2}$ cm

Jadi jarak x ke garis RT adalah $4\sqrt{2}$ cm. (*Bandingkan NX dengan PW*).

c. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 6 cm. Tentukan jarak titik B ke diagonal ruang AG!

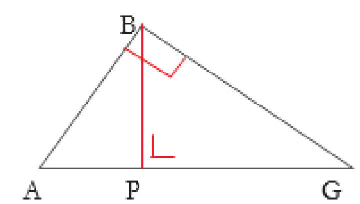
Penyelesaian :

Perhatikan gambar !



Misalkan jaraknya adalah BP, dimana BP harus tegak lurus AG. Ambil segitiga ABG sebagai acuan perhitungan. Jika AB dijadikan alas segitiga, maka BG menjadi tingginya.

Jika AG yang dijadikan alas, maka tinggi segitiganya adalah BP, di mana BP itulah yang akan dicari. Dengan rumus luas segitiga didapat :



½ AG x BP = ½ AB x BG

AG x BP = AB x BG

$6\sqrt{3}$ BP = 6 x $6\sqrt{2}$

$BP = \frac{6x6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= 2\sqrt{6}$

Jadi, jarak titik B ke diagonal ruang AG adalah $2\sqrt{6}$ cm.

Saran Referensi

Untuk lebih memudahkan dalam mempelajari dan memahami materi pada unit 2 mengenai jarak titik ke garis Anda diharapkan dapat melihat youtube video pembelajaran tutorial mengenai bagaimana menentukan jarak titik ke garis melalui internet. Video pembelajaran tersebut dapat dilihat, antara lain pada:

https://www.youtube.com/watch?v=BuWDlrG9GlY
https://www.youtube.com/watch?v=OamU1lK1UVU
https://www.youtube.com/watch?v=L3UjhMLQzvA
https://www.youtube.com/watch?v=rdoA4VZAeCw

Selamat mencoba!

PENUGASAN

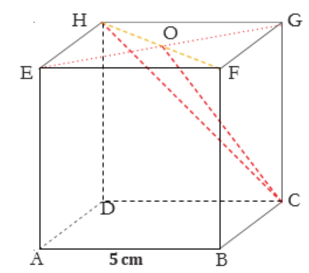
Tugas : Mendefinisikan Jarak Titik Ke Garis

1. **Tujuan:**
   a. Anda diharapkan mampu menggambar jarak antara titikke garis.
   b. Anda diharapkan mampu mendefinisikan jarak antara titik kegaris.
2. **Alat dan bahan yang digunakan:**
   a. Kertas HVS
   b. Bolpen
   c. Penggaris
3. **Langkah-Langkah:**
   a. Gambarlah garis g (sembarang) pada selembar kertas HVS.
   b. Buatlah titik P yang terletak di luar garis g pada kertas tersebut!
   c. Tentukanlah kedudukan titik R, S, dan T pada garis g, dengan ketentuan sebagai berikut :
      - Titik R merupakan proyeksi titik P pada garis g.
      - Titik S dan T masing-masing terletak pada garis g dan tidak berimpit;
   d. Gambarlah garis yang melalui:
      i. Titik P dan titik R
      ii. Titik P dan titik S
      iii. Titik P dan titik T
   e. Garis manakah yang menurutmu mewakili jarak antara titik P dengan garis g?
      ....
      ....
      ....
      Mengapa?
      ....
      ....
      ....
   f. Jadi, apa yang dimaksud jarak titik ke garis?
      ....
      ....
      ....

SOAL LATIHAN 2

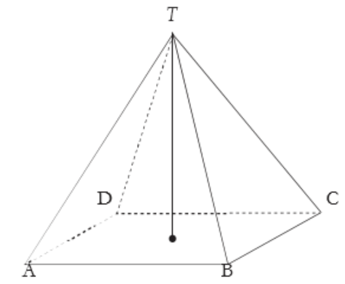
Petunjuk : *Selesaikan soal-soal berikut ini !*

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm.
   Hitunglah jarak:
   a. titik A ke garis BD
   b. titik A ke garis HF
   c. titik A ke garis HB
2. Perhatikan gambar kubus di bawah ini!



Diketahui kubus ABCD. EFGH dengan panjang rusuk 5 cm .
Titik O adalah pertengahan FH. Hitunglah jarak titik C ke garis FH!

3. Perhatikan gambar berikut ini!



Diketahui limas beraturan T.ABCD. Panjang rusuk alas 12 cm dan panjang rusuk tegak $12\sqrt{2}$ cm. Tentukan jarak titik A ke rusuk TC!

UNIT 3 ANTARA TITIK DAN BIDANG

A. Kedudukan Titik Terhadap Bidang

Perhatikan kedua gambar berikut !

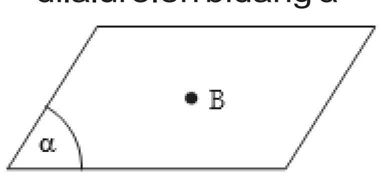
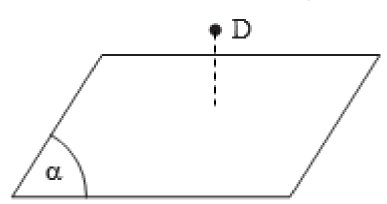

(a)


(b)

Dapatkah Anda membedakan kedudukan bola terhadap lapangan dari kedua gambar ? Adakah kemungkinan kedudukan bola terhadap lapangan yang berbeda dari kedua gambar ?

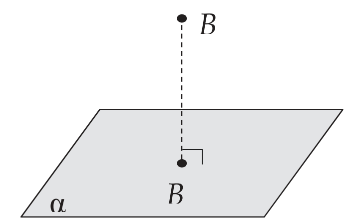
Pada gambar (a) bola berada ‘tergeletak’ di lapangan dan dikatakan bola *terletak* pada lapangan. Pada gambar (b) bola melambung (melayang) artinya bola *tidak terletak* pada lapangan. Dengan menggunakan analogi bola dan lapangan untuk titik dan bidang, kita telah mendapatkan pemahaman tentang kedudukan suatu titik terhadap bidang.

Hanya ada 2 (dua) kemungkinan kedudukan titik terhadap bidang, yaitu titik *terletak pada* bidang (lebih singkat : *titik pada bidang*) dan titik *tidak terletak* pada bidang (lebih singkat : *titik di luar bidang*). Tidak ada kemungkinan lain kedudukan titik terhadap bidang selain kedua kedudukan tersebut.

Titik B terletak pada bidang α	Titik D di luar bidang α
Sebuah titik dikatakan terletak pada bidang α, jika titik tersebut dilalui oleh bidang α  Titik B terletak pada bidang α	Sebuah titik dikatakan terletak pada bidang α, jika titik tersebut dilalui oleh bidang α  Titik D di luar bidang α
B pada α ⇔ α melalui B ⇔ B dilalui α	*D di luar* α ⇔ α tidak melalui B ⇔ B tidak dilalui α

B. Jarak Antara Titik dan Bidang

Cara untuk menentukan jarak titik ke bidang hampir sama dengan jarak titik ke garis. Langkah pertama yang harus dilakukan adalah melakukan proyeksi titik pada bidang terkait. Jarak titik ke bidang dinyatakan oleh jarak titik ke proyeksi titik pada bidang. Untuk menentukan jarak sebuah titik pada suatu bidang, maka terlebih dahulu ditarik garis lurus yangterdekat dari titik ke bidang, sehingga memotong bidang dan garis tersebut harus tegak lurus dengan bidang.



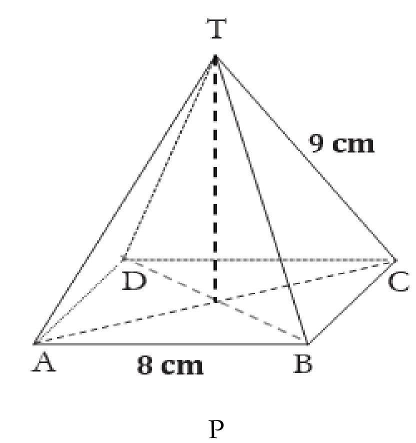
Pada dalam gambar di samping, titik B di luar bidang α.

Jarak dari titik B ke bidang α ditentukan dengan cara membuat garis melalui B dan tegak lurus bidang α. Jika garis tersebut menembus α di titik B’ maka jarak titik B ke bidang α adalah BB’. Jadi, jarak dari suatu titik ke suatu bidang merupakan jarak dari titik tersebut ke proyeksinya (tegak lurus) pada bidang itu.

Untuk lebih memahami dan terampil dalam menghitung jarak antara titik ke bidang, perhatikan contoh berikut!

Contoh :

Diketahui limas segiempat beraturan T.ABCD dengan panjang rusuk bidang alas AB = 8 cm dan panjang rusuk tegak TA = 9 cm. Tentukan jarak titik puncak T ke bidang alas ABCD!



Penyelesaian:

Gambar sketsa limas, sebagai berikut.

Jarak titik P ke bidang ABCD = panjang TP.

Untuk menentukan jarak T ke bidang ABCD, perhatikan segitiga TPC yang siku-siku di titik P.

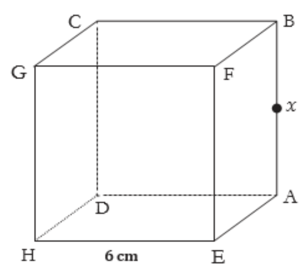
Dengan panjang AC = $8\sqrt{2}$ cm, PC = ½AC = $4\sqrt{2}$ cm didapat :

$$TP^2 = TC^2 - PC^2$$
$$TP^2 = 9^2 - (4\sqrt{2})^2$$
$$TP^2 = 81 - 32$$
$$TP^2 = 49$$
$$TP = \sqrt{49}$$
$$TP = 7 \text{ cm}$$

Jadi, jarak T ke bidang ABCD adalah 7 cm.

Contoh :

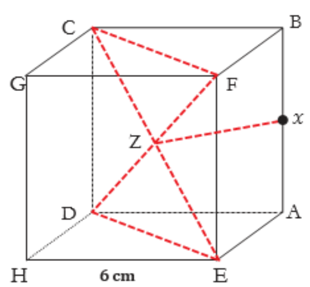
Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH di bawah ini :



Jika diketahui panjang rusuk kubus di samping adalah 6 cm dan titik X adalah pertengahan rusuk AB, maka hitunglah jarak titik X ke bidang CDEF!

Penyelesaian:

Buatlah gambar !



Jarak titik X ke bidang CDEF adalah panjang ruas garis dari X ke Z, di mana Z adalah pusat bidang CDEF. Dengan demikian,

XZ = ½ AH = ½ . 6√2 = 3√2 cm

Jadi, jarak titik X ke CDEF adalah 3√2 cm.

Contoh :

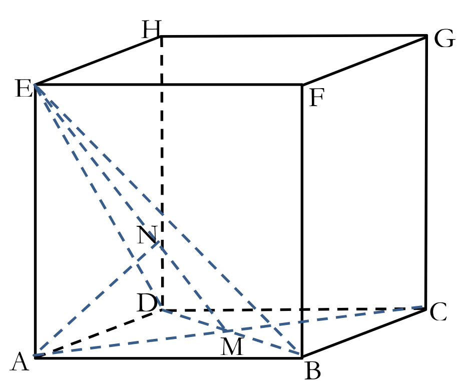
Kubus ABCD – EFGH panjang rusuknya 8 cm. Tentukan jarak titik A ke bidang

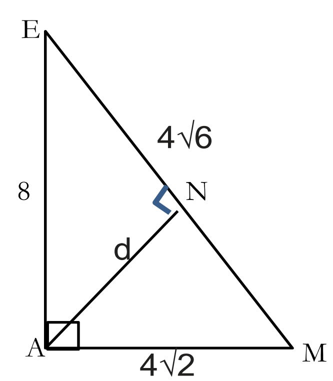
a. BDE

b. CFH

Penyelesaian :

a. Untuk menghitung jarak titik A ke bidang BDE , perhatikan gambar !





Jarak titik A ke bidang BDH adalah jarak titik A ke titik N, yaitu AN di mana N adalah titik tembus garis melalui A dan tegak lurus BDH. Perhatikan segitiga AME. Segitiga ini siku-siku di A. Dengan rumus Pythagoras, dapat ditentukan bahwa AM = 4√2 cm. sedangkan MN = 4√6 cm.

Perhatikan bahwa luas segitiga AME dapat dihitung dengan dua cara, dengan hasil yang harus sama :

a. dengan alas AM dan tinggi AE :

Luas AME = ½ AM . AE
= ½ . 4√2 . 8
= 16√2 cm^2

b. dengan alas ME dan tinggi AN :

Luas AME = ½ ME . AN
= ½ . 4√6 . d (misalkan AN=d)
= 2√6 . d cm^2

Dengan kedua hasil perhitungan tersebut, luas segitiga AME harus sama, maka

$$2\sqrt{6} \,.\, d = 16\sqrt{2}$$

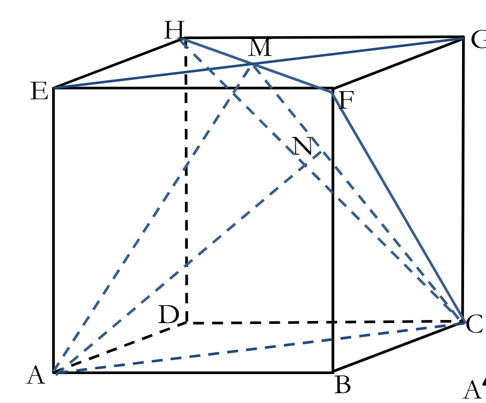
$$d = \frac{16\sqrt{2}}{2\sqrt{6}}$$

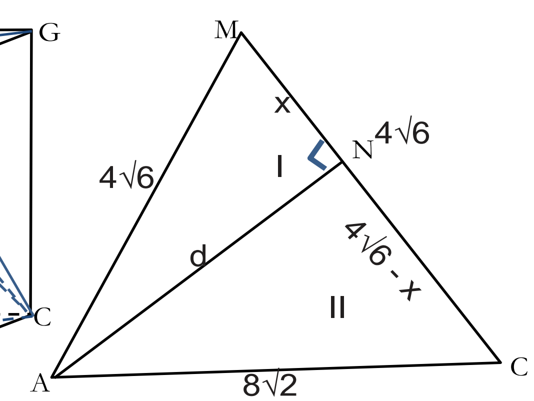
$$d = \frac{8}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$d = \frac{8}{3}\sqrt{3}$$

Dengan demikian, jarak titik A ke bidang BDE adalah $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ cm.

b. Untuk menghitung jarak titik A ke bidang CFH , perhatikan gambar !





Jarak titik A ke bidang CFH adalah jarak titik A ke titik N, yaitu AN di mana N adalah titik tembus garis melalui A dan tegak lurus CFH. Perhatikan segitiga ACM. Dengan rumus Pythagoras, dapat ditentukan bahwa AC = 8√2 cm. sedangkan AM = CM = 4√6 cm.

Karena segitiga AMC bukan segitiga siku-siku maka kita tidak dapat menggunakan cara seperti yang digunakan untuk penyelesaian soal a di atas. Perhatikan dua segitiga siku-siku : ANM dan ANC yang keduanya siku-siku di C. Dengan menerapkan rumus Pythagoras, panjang AN dapat ditentukan dengan menggunakan kedua segitiga.

Misalkan AN = d dam MN = x maka NC = $4\sqrt{6} - x$ sehingga didapat :

c. dengan segitiga I : ANM :

$$AM^2 = AN^2 + NM^2$$
$$AN^2 = AM^2 - NM^2$$
$$d^2 = (4\sqrt{6})^2 - x^2$$
$$d^2 = 96 - x^2 \text{ .... *)}$$

d. dengan segitiga II : ANC :

$$AC^2 = AN^2 + NC^2$$
$$AN^2 = AC^2 - NC^2$$
$$d^2 = (8\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{6}-x)^2$$
$$d^2 = 128 - ((4\sqrt{6})^2 - 8x\sqrt{6} + x^2)$$
$$d^2 = 128 - 96 + 8x\sqrt{6} - x^2$$
$$d^2 = 32 + 8x\sqrt{6} - x^2 \text{ .... **)}$$

Dengan kedua hasil perhitungan tersebut, d^2 harus sama, maka

$$96 - \cancel{x^2} = 32 + 8x\sqrt{6} - \cancel{x^2}$$
$$96 - 32 = 8x\sqrt{6}$$
$$8x\sqrt{6} = 64$$
$$x = \frac{64}{8\sqrt{6}}$$
$$x = \frac{8}{\sqrt{6}}$$

Dari *) diketahui : $d^2 = 96 - x^2$, sehingga didapat :

$$d^2 = 96 - \left(\frac{8}{\sqrt{6}}\right)^2$$
$$d^2 = 96 - \frac{64}{6}$$
$$d^2 = \frac{576}{6} - \frac{64}{6}$$
$$d^2 = \frac{512}{6}$$
$$d^2 = \frac{256}{3}$$
$$d = \sqrt{\frac{256}{3}}$$
$$d = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{3}}$$
$$d = \frac{16}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$
$$d = \frac{16}{3}\sqrt{3}$$

Dengan demikian, jarak titik A ke bidang CFH adalah $\frac{16}{3}\sqrt{3}$ cm.

Contoh :

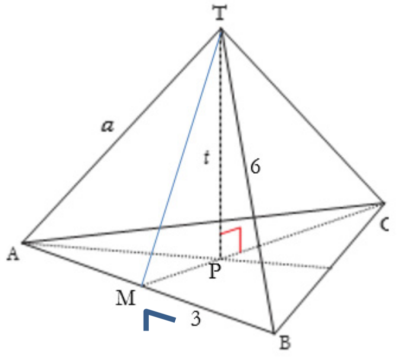
Diketahui bidang empat beraturan T.ABC dengan panjang rusuk 6 cm.

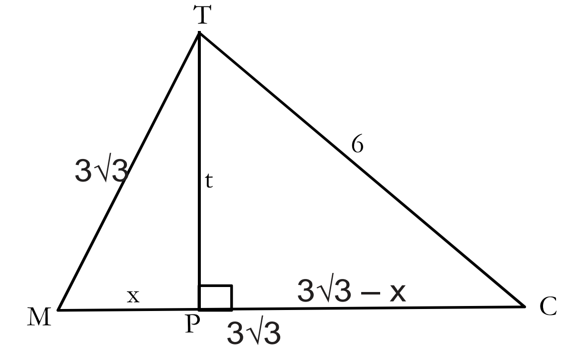
Tentukan :

a. jarak T ke bidang ABC
b. jarak C ke bidang TAB

Penyelesaian :

a. Jarak T ke bidang ABC sama dengan tinggi bidang empat beraturan.





Pertama perlu dihitung panjang TM. Segitiga BMT siku-siku di M sehingga didapat

$$TM^2 = TB^2 - BM^2$$
$$TM^2 = 6^2 - 3^2$$
$$TM^2 = 36 - 9$$
$$TM^2 = 27$$
$$TM = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

Sekarang, pada segitiga TPM yang siku-siku di P berlaku :

$$TP^2 = TM^2 - PM^2$$
$$t^2 = (3\sqrt{3})^2 - x^2$$
$$t^2 = 27 - x^2 \text{ ....*)}$$

Dengan cara sama, pada segitiga TPC yang siku-siku di P berlaku :

$$TP^2 = TC^2 - PC^2$$
$$t^2 = 6^2 - (3\sqrt{3} - x)^2$$
$$t^2 = 36 - (27 - 6x\sqrt{3} + x^2)$$
$$t^2 = 36 - 27 + 6x\sqrt{3} - x^2$$
$$t^2 = 9 + 6x\sqrt{3} - x^2 \text{ ....**)}$$

Dari *) dan **) diperoleh :

$$27 - x^2 = 9 + 6x\sqrt{3} - x^2$$
$$18 = 6x\sqrt{3}$$
$$x = \frac{18}{6\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{3}{\sqrt{3}}$$
$$x = \sqrt{3}$$

Sehingga dengan *) : $t^2 = 27 - x^2$ diperoleh

$$t^2 = 27 - (\sqrt{3})^2$$
$$t^2 = 27 - 3$$
$$t^2 = 24$$
$$t = \sqrt{24}$$
$$t = 2\sqrt{6}\ .$$

Dengan demikian, tinggi bidang empat beraturan tersebut adalah $2\sqrt{6}$ cm.

Catatan :

Perlu Anda ingat, rumus tinggi (t) bidang empat beraturan (tetahedron) panjang rusuk a adalah :

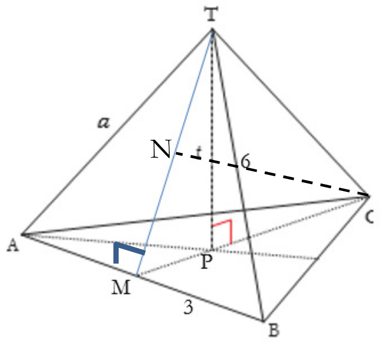
$$t = \frac{1}{3}a\sqrt{6}$$

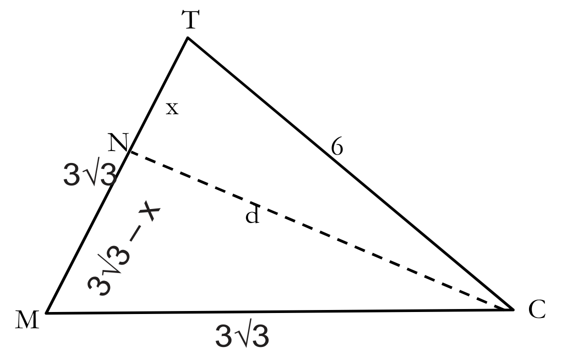
Anda ingat rumus tinggi (t) bidang empat beraturan (tetahedron) panjang rusuk a adalah $t = \frac{1}{3}a\sqrt{6}$ maka perhitungan akan menjadi mudah.

$t = \frac{1}{3}.6\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$ cm.

Jadi jarak titik T ke bidang ABC adalah $2\sqrt{6}$ cm.

b. Jarak C ke bidang TAB = TN. Perhatikan gambar





Pada segitiga TNC yang siku-siku di N berlaku :

$$NC^2 = TC^2 - TN^2$$
$$d^2 = 6^2 - x^2$$
$$d^2 = 36 - x^2 \text{ ....*)}$$

Dengan cara sama, pada segitiga MNC yang siku-siku di N berlaku :

$$NC^2 = MC^2 - MN^2$$
$$d^2 = (3\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3} - x)^2$$

$$d^2 = 27 - (27 - 6x\sqrt{3} + x^2)$$
$$d^2 = 27 - 27 + 6x\sqrt{3} - x^2$$
$$d^2 = 6x\sqrt{3} - x^2 \text{ ....**)}$$

Dari *) dan **) diperoleh :

$$36 - x^2 = 6x\sqrt{3} - x^2$$
$$36 = 6x\sqrt{3}$$
$$x = \frac{36}{6\sqrt{3}}$$
$$x = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

Sehingga dengan *) : $d^2 = 36 - x^2$ diperoleh

$$d^2 = 36 - (\tfrac{6}{\sqrt{3}})^2$$
$$d^2 = 36 - \tfrac{36}{3}$$
$$d^2 = 36 - 12$$
$$d = \sqrt{24}$$
$$d = 2\sqrt{6}\ .$$

Dengan demikian, tinggi bidang empat beraturan tersebut adalah $2\sqrt{6}$ cm. Perhatikan bahwa tinggi bidang empat beraturan dari sembarang titik puncak adalah sama.

Saran Referensi

Untuk lebih memudahkan dalam mempelajari dan memahami materi ada unit 3 mengenai jarak titik ke bidang, Anda diharapkan dapat link berikut. Anda juga dipersilahkan mencari tambahan bahan belajar agar pemahaman dan penguasaan materi jarak titik ke bidang menjadi lebih luas :

https://www.youtube.com/watch?v=-nYH6PFY3I0

https://www.youtube.com/watch?v=i1cO6qwgWLE

https://www.youtube.com/watch?v=wWSvaonOmqE

Selamat belajar !

PENUGASAN

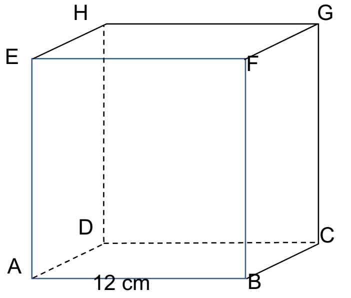
Tugas : Mendefinisikan Jarak Titik Ke Bidang

1. **Tujuan:**
   a. Anda diharapkan mampu menggambar jarak antara titik ke bidang.
   b. Anda diharapkan mampu mendefinisikan jarak antara titik ke garis.
2. **Alat dan bahan yang digunakan:**
   a. Kertas HVS
   b. Bolpen
   c. Penggaris
3. **Langkah-Langkah:**
   a. Gambarlah sebuah bidang (beri nama bidang α) pada selembar kertas HVS. Misalkan gambar bidang pada kertas HVS !
   b. Gambar titik P yang terletak di luar bidang pada kertas tersebut !
   c. Tentukanlah kedudukan titik A, B, dan C pada bidang α, dengan ketentuan sebagai berikut :
      - Titik A dan C merupakan titik sebarang pada bidang α;
      - Titik B merupakan proyeksi titik Ppada bidangα.
   d. Hubungkanlah garis yang melalui titik P dan A, titik P dan B, titik P dan C!
   e. Garis manakah yang menurut Anda mewakili jarak antara titik P dengan bidang α?
      ....
      ....
      Mengapa?
      ....
      ....
      ....
   f. Jadi, apa yang dimaksud jarak antara titik ke bidang?
      ....
      ....
      ....
      ....

SOAL LATIHAN

Petunjuk : Selesaikan soal-soal berikut !

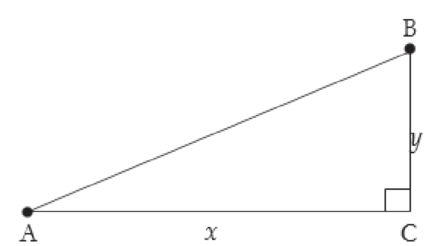
2. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk 12 cm.
   Hitunglah jarak antara:
   a. titik A ke bidang DCGH
   b. titik B ke bidang ACGE



3. Diketahui bidang empat beraturan T.ABC dengan panjang sisi 12 cm. Tentukan jarak dari titik C ke bidang TBA!
4. Sebuah kubus ABCD.EFGH mempunyai panjang rusuk 6 cm. Tentukan jarak titik D terhadap bidang ACH!
5. Sebuah kamera CCTV dipasang pada salah satu pojok atas sisi dinding belakang ruang kelas. Lantai ruang kelas berukuran 8 m x 8 m dan tingginya 6 m. Sketsa gambar tersebut dan tentukan jarak dari kamera CCTV ke dinding depan.

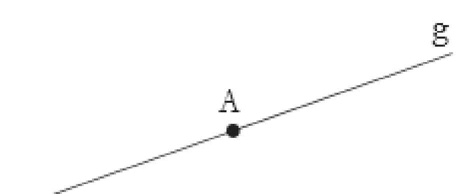
Rangkuman

1. Sebuah titik hanya dapat ditentukan oleh letaknya, tetapi tidak memiliki ukuran (panjang, lebardan tinggi) sehingga dapat dikatakan titik tidak berdimensi. Sebuah titik dilukiskan dengan tanda noktah dan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital.
2. Ada 2(dua) kemungkinan kedudukan titik terhadap titik, yaitu: titik berimpit dengan titik dan titik tidak berimpit dengan titik.
   a. Titik berimpit dengan titik A •B
   b. Titik tidak berimpit dengan titik A • •B
3. Untuk mengukur jarak titik A dan titik B dilakukan dengan menarik garis lurus dari A menuju B. Panjang ruas garis AB merupakan jarak antara titik A ke titik B. Panjang ruas garis AB bisa diselesaikan dengan dalil Pythagoras.

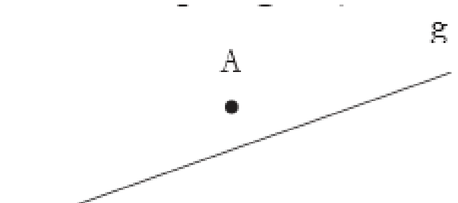


$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$
$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2}$$
$$AB = \sqrt{x^2 + y^2}$$

4. Ada dua kemungkinan kedudukan titik terhadap garis yaitu titik terletak pada garis dan titik terletak di luar pada garis.

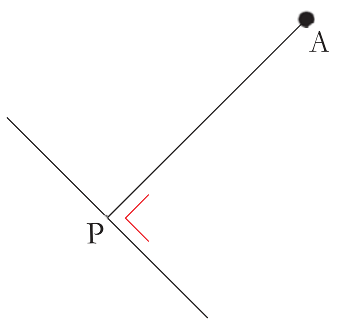


titik A terletak pada garis g

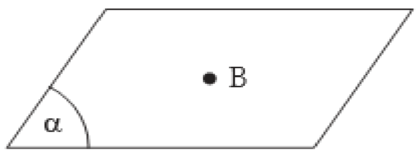


titik A terletak di luar garis g

5. Jarak titik ke garis adalah jarak terdekat sebuah titik ke garis. Jarak terdekat diperoleh dengan menarik garis yang tegak lurus dengan garis yang dimaksud. Jarak antara titik A dengan garis g diperoleh dengan menarik garis dari titik A ke garis g , garis tersebut berhenti di titik P sehingga terbentuk garis AP yang tegak lurus terhadap garis g. AP merupakan jarak g titik A ke garis g.



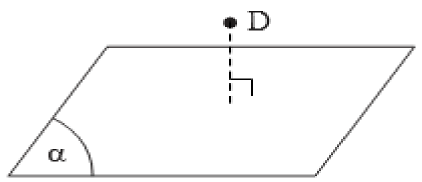
6. Ada dua kemungkinan kedudukan titik terhadap bidang yaitu : titik terletak pada bidang dan titik terletak di luar bidang.
   a. Titik pada bidang



Titik B pada bidang α

Sebuah titik dikatakan terletak pada bidang α, jika titik tersebut dilalui oleh bidang α, seperti gambar di samping.

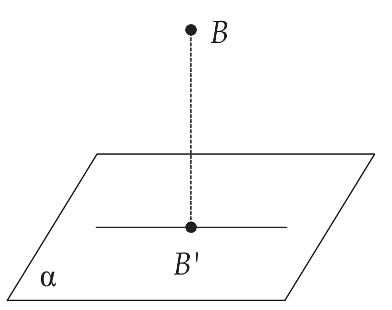
   b. Titik di luar bidang



Titik D di luar bidang α

Sebuah titik dikatakan beradadi luar bidang α, jika titik tersebut tidak dilalui oleh bidang α, seperti gambar di samping.

7. Jarak sebuah titik terhadap suatu bidang garis hubung terdekat dari titik ke bidang, , yakni ruas garis yang ditarik dari titik tersebut tegak lurus ke bidang.

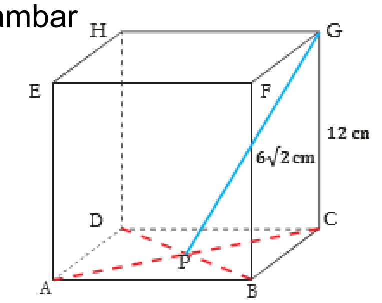


Jarak dari titik B ke bidang α adalah garis yang menghubungkan titik B secara tegak lurus ke bidang α.

Kunci Jawaban

Soal Latihan Unit 1

1. a. $6\sqrt{2}$ cm b. 9 cm c. $6\sqrt{3}$ c d. $3\sqrt{5}$ cm
2. a. Gambar b. . $6\sqrt{6}$ cm



3. 59,37 cm

Soal Latihan Unit 2

1. a. $6\sqrt{2}$ cm b. $6\sqrt{2}$ cm c. $4\sqrt{6}$cm
2. $5/2\sqrt{6}$ cm
3. $6\sqrt{6}$cm

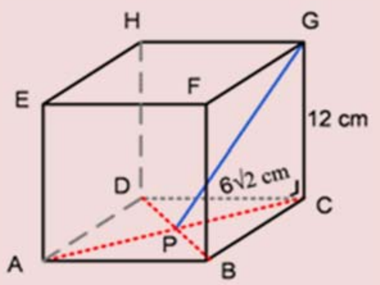
Soal Latihan Unit 3

1. a. 12 cm b. $6\sqrt{2}$ cm
2. $4\sqrt{6}$ cm
3. $2\sqrt{3}$cm
4. 8 m

Penilaian

Soal Latihan Unit 1

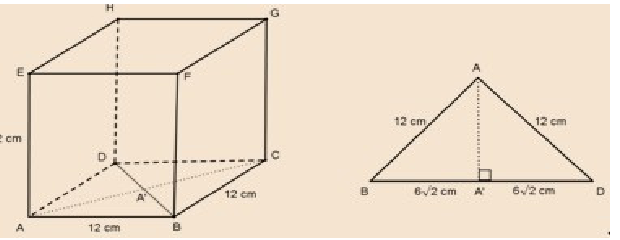
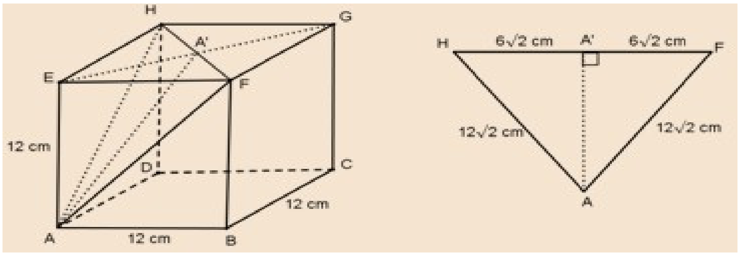
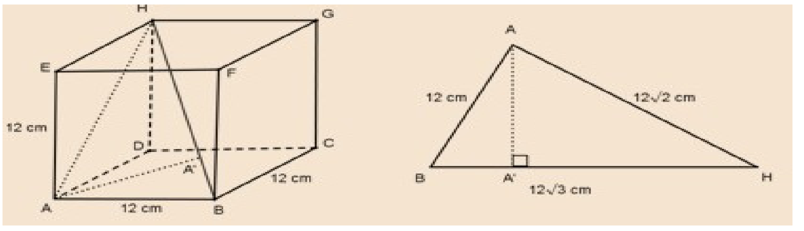
No	Pembahasan	Skor
1. a	Titik H ke titik A adalah panjang garis AH. Garis AH merupakan panjang diagonal sisi pada kubus tersebut, maka kita bisa menggunakan teorema phytagoras berikut ini : $A = \sqrt{(EH^2 + AE^2)}$ $= \sqrt{(6^2 + 6^2)} = \sqrt{(36 + 36)} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ Jadi, jarak titik H ke titik A adalah $6\sqrt{2}$ cm.	1 1 1
1. b	Jarak titik H ke titik X adalah panjang garis HX. Panjang AX sama dengan setengah dari panjang rusuk AB, maka : AX = 1/2 AB = 1/2 x 6 cm = 3 cm dengan mengunakan teorema phytagoras : $HX = \sqrt{(AH^2 + AX^2)}$ $= \sqrt{((6\sqrt{2})^2 + 3^2)} = \sqrt{(72 + 9)} = \sqrt{81} = 9$ cm Jadi, jarak titik H ke titik X adalah = 9 cm.	1 1 1
1.c	Jarak titik H ke titik B adalah panjang garis BH. Garis BH merupakan panjang diagonal ruang pada kubus tersebut, oleh karenanya kita bisa menggunakan teorema phytagoras : $BH = \sqrt{(AH + AB)}$ $= \sqrt{((6\sqrt{2})^2 + 6^2)} = \sqrt{(72 + 36)} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ Jadi, jarak titik H ke titik B adalah = $6\sqrt{3}$ cm.	1 1 1
1.d	Jarak titik E ke titik X adalah panjang garis EAX. Panjang AX sama dengan setengah dari panjang rusuk AB, maka : AX = 1/2 AB = 1/2 x 6 cm = 3 cm Dengan menggunakan teorema phytagoras : $EX = \sqrt{(AE^2 + AX^2)}$ $= \sqrt{(6^2 + 3^2)} = \sqrt{(36 + 9)} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ Jadi, jarak titik E ke titik X adalah = $3\sqrt{5}$ cm	1 1 1
1.d	Jarak titik E ke titik X adalah panjang garis EAX. Panjang AX sama dengan setengah dari panjang rusuk AB, maka : AX = 1/2 AB = 1/2 x 6 cm = 3 cm Dengan menggunakan teorema phytagoras : $EX = \sqrt{(AE^2 + AX^2)}$ $= \sqrt{(6^2 + 3^2)} = \sqrt{(36 + 9)} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ Jadi, jarak titik E ke titik X adalah = $3\sqrt{5}$ cm	1 1 1

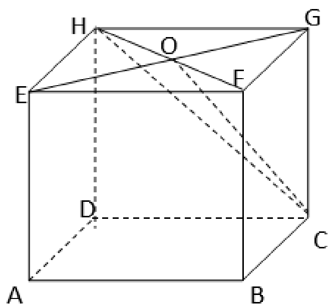
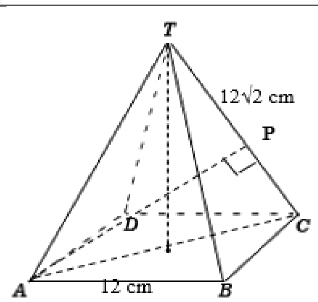
No	Pembahasan	Skor
2.a	Gambar sketsa kubus, sebagi berikut:  	1
2.b	AC panjangnya $12\sqrt{2}$, sementara PC adalah setengah dari AC. Sehingga PC = $6\sqrt{2}$ cm. CG = 12 cm. PG = $\sqrt{PC^2 + CG^2}$ PG = $\sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 12^2} = \sqrt{72 + 144} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$ Jadi, jarak titik P ke titik G adalah $6\sqrt{6}$ cm.	1 1 1 1
3	Diketahui akuarium dengan ukuran sebagai berikut: p = 50 cm l = 25 cm t = 20 cm, maka: d = $\sqrt{p^2 + l^2 + t^2}$ d = $\sqrt{50^2 + 25^2 + 20^2} = \sqrt{2500 + 625 + 400} = \sqrt{3525} = 59{,}37$ cm Jadi, panjang diagonal akuarium tersebut adalah 59,37 cm.	1 1 1
	Total Skor	20

Untuk menentukan nilai Anda pada latihan soal pada unit 1, cocokan jawaban Anda dengan kunci jawaban kemudian masukan skor yang Anda peroleh ke dalam rumus berikut:

$$\text{Nilai Latihan Soal Anda (Unit 1)} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{20} \times 100$$

Soal Latihan Unit 2

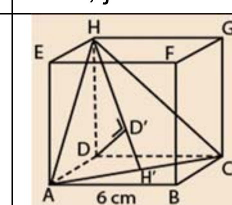
No	Pembahasan	Skor
1.a	 Untuk menghitung jarak antara titik A dan garis BD dibuat ΔABD (segitiga sama kaki), kemudian dibuat proyeksi titik A pada garis BD yaitu A', maka jarak titik A dan garis BD adalah AA'. AA' = ½ AC = ½ $(12\sqrt{2})$ AA' = $6\sqrt{2}$ Jadi, jarak titik A ke garis BD adalah $6\sqrt{2}$ cm.	1 1
1.b	 Untuk menghitung jarak titik A dan garis HF dibuat ΔAFH (segitiga sama kaki), kemudian dibuat proyeksi titik A pada garis HF yaitu A', maka jarak titik A dan garis HF adalah AA'. AA' = $\sqrt{AF^2 - FA'^2} = \sqrt{(12\sqrt{2})^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6}$ Jadi, jarak titk A ke garis HF adalah $6\sqrt{6}$ cm.	1 1 1
1.c	 Untuk menghitung jarak titik A dan garis HB dibuat ΔHAB (segitiga siku-siku di A), kemudian dibuat proyeksi titik A pada garis HB yaitu A', maka jarak titik A dan garis HB adalah AA'. $\frac{1}{2}\overline{AA'}.\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BA}.\overline{AH} \rightarrow$ rumus luas segitiga $\overline{AA'}.12\sqrt{3} = 12.12\sqrt{2}$ $\overline{AA'} = \frac{12.12\sqrt{2}}{12\sqrt{3}}$ $\overline{AA'} = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\overline{AA'} = 4\sqrt{6}$ cm Jadi jarak titik A ke garis HB adalah $4\sqrt{6}$ cm.	1 1

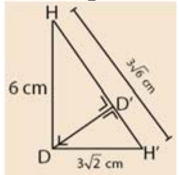
2	 Jarak titik C ke garis FH adalah CO, dengan O adalah pertengahanFH. perhatikan ΔCOF siku – siku di O, $CF = 5\sqrt{2}$ cm dan $OF = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ cm $CO = \sqrt{CF^2 - (OF)^2}$ $CO = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 - (\frac{5}{2}\sqrt{2})^2}$ → $CO = \sqrt{50 - \frac{25}{2}}$ $CO = \sqrt{\frac{75}{2}}$ → $CO = \frac{5}{2}\sqrt{6}$ → Jadi, jarak titik C ke garis FH adalah $CO = \frac{5}{2}\sqrt{6}$ cm	1 1 1
3	 Untuk menentukan jarak titik A ke garis TC, perhatikan segitiga ACP siku-siku di titik P. AC = $12\sqrt{2}$ → PC = ½ TC = ½ $(12\sqrt{2})$ PC = $6\sqrt{2}$ → AP = $\sqrt{(AC)^2 - (PC)^2}$ = $\sqrt{(12\sqrt{2})^2 - (6\sqrt{2})^2}$ → AP = $\sqrt{(288 - 72)}$ = $\sqrt{216}$ = $6\sqrt{6}$ → Jadi jarak titik A ke garis TC adalah $6\sqrt{6}$ cm. →	1 1 1 1 1

Untuk menentukan nilai Anda pada latihan soal pada unit 2, cocokan jawaban Anda dengan kunci jawaban kemudian masukan skor yang Anda peroleh ke dalam rumus berikut:

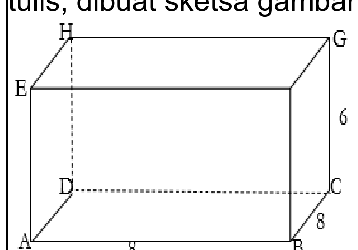
$$\text{Nilai Latihan Soal Anda (Unit 1)} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{15} \times 100$$

Soal Latihan Unit 3

No	Pembahasan	Skor
1a	Untuk menghitung jarak titik A ke bidang DCGH, dari titik A ditarik garis tegak lurus ke bidang DCGH yaitu A' yang terletak di titik D. Jarak titik A ke bidang DCGH adalah AA' AA'= AD → AA'= 12 → Jadi, jarak titik A ke bidang DCGH adalah 12 cm.	1 1
1b	Untuk menghitung jarak titik B ke bidang ACGE, dari titik B ditarik garis tegak lurus ke bidang ACGE yaitu B' yang terletak pada perpotongan garis diagonal sisi ABCD. Jarak titik B ke bidang ACGE adalah BB'. BB' = ½ BD BB' = ½ $(12\sqrt{2})$ → BB' = $6\sqrt{2}$ → Jadi, jarak titik B ke bidang ACGE adalah $6\sqrt{2}$ cm.	1 1
2	Diketahui bidang empat beraturan T.ABC dengan panjang sisi = 12 cm. Jarak dari titik C ke bidang TBA sama dengan tinggi dari bidang empat beraturan tersebut. $t = \frac{1}{3}a\sqrt{6}$ t = $1/3(12)\sqrt{6}$ → t = $4\sqrt{6}$ → Jadi, jarak titik C ke bidang TBA adalah $4\sqrt{6}$ cm.	1 1
3	 Jarak titik D terhadap bidang ACH sama dengan jarak DD' di mana D' merupakan titik proyeksi D pada bidang ACH yang terletak pada garis HH'. BD = diagonal bidang = $6\sqrt{2}$cm → Sehingga, $DH' = \frac{1}{2}BD = 3\sqrt{2}\text{cm}$ $DH = 6\text{cm}$ → Selanjutnya, $HH' = \sqrt{DH^2 + DH'^2}$ $HH' = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{2})^2}$ $HH' = \sqrt{36 + 18}$ $HH' = \sqrt{54}$ $HH' = \sqrt{9 \cdot 6}$ $HH' = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6}$ $HH' = 3\sqrt{6}$ cm →	1 1 1

<table>
<tr><td></td><td>Untuk langkah selanjutnya perhatikan segitiga HDH’ (siku-siku di D)!


Berdasarkan luas segitiga HDH’ akan diperoleh
$\frac{1}{2}\cdot HH'\cdot DD'=\frac{1}{2}\cdot DH'\cdot DH$
$HH'\cdot DD'=DH'\cdot DH$
$DD'=\frac{DH'\cdot DH}{HH'}$
$DD'=\frac{3\sqrt{2}\cdot 6}{3\sqrt{6}}$
$DD'=\frac{18\sqrt{2}}{3\sqrt{6}}$ $\longrightarrow$
$DD'=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$
$DD'=\frac{6\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}$
$DD'=\frac{6\sqrt{12}}{6}$
$DD'=\frac{6\sqrt{4\cdot 3}}{6}$
$DD'=\frac{6\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}}{6}$
$DD'=\sqrt{4}\cdot\sqrt{3}=2\sqrt{33}$ $\longrightarrow$
Jadi, jarak D ke bidang ACH adalah $2\sqrt{3}$cm.</td><td>1

1</td></tr>
<tr><td></td><td>Untuk memudahkan dalam menentukan jarak dari kamera CCTV ke papan tulis, dibuat sketsa gambar sebagai berikut:


Misalkan letak kamera CCTV di titik G, maka jarak dari kamera CCTV ke papan tulis adalah proyeksi titik G ke bidang ADHE yaitu titik H . Jadi jarak kamera CCTC ke papan tulis adalah GH yaitu 8 meter.</td><td>4</td></tr>
</table>

Untuk menentukan nilai Anda pada latihan soal pada unit 3 cocokan jawaban Anda dengan kunci jawaban kemudian masukan skor yang Anda peroleh ke dalam rumus berikut:

$$\text{Nilai Latihan Soal Anda (Unit 1)} = \frac{\text{Skor Perolehan}}{15} \times 100$$

KRITERIA PINDAH MODUL

Anda dinyatakan memenuhi kriteria pindah/lulus modul dengan persyaratan sebagai berikut:

1. Menyelesaikan seluruh materi pembelajaran;
2. Mengerjakan seluruh latihan soal/penugasan;
3. Mendapat nilai ketuntasan belajar >70 dari penilaian akhir modul;
4. Apabila nilai masih dibawah kriteria ketuntasan belajar maka dilakukan remedial
5. Bagi peserta didik yang nilai penilaian akhir modul >70, maka bisa melanjutkan ke modul selanjutnya.

Penghitungan nilai sebagai berikut:

$$\text{Nilai Akhir} = \frac{\text{Nilai Unit 1} + \text{Nilai Unit 2} + \text{Nilai Unit 3}}{3}$$

Rentang Nilai	Nilai	Keterangan
91 – 100	A	Tuntas
81 – 90	B	Tuntas
71 – 80	C	Tuntas
< 70	D	Tidak Tuntas

Berdasarkan hasil analisis penilaian akhir modul, peserta didik yang belum mencapai ketuntasan belajar diberi kegiatan pembelajaran remedial dalam bentuk:

1. Bimbingan perorangan jika peserta didik yang belum tuntas ≤ 20%;
2. Belajar kelompok jika peserta didik yang belum tuntas antara 20% dan 50%;
3. Pembelajaran ulang jika peserta didik yang belum tuntas ≥ 50%.

Pendidik/tutor memberikan remedial kepada peserta didik yang belum mencapai ketuntasan belajar yang diharapkan. Berikut alternatif remedial yang bisa diberikan:

1. Pendidik/tutor membimbing kembali peserta didik yang masih mengalami kesulitan dalam menemukan konsep bangun ruang (titik terhadap titik, titik terhadap garis dan titik terhadap bidang).
2. Pendidik/tutor membimbing kembali peserta didik yang masih mengalami kesulitan dalam menentukan jarak antar bangun ruang (titik terhadap titik, titik terhadap garis dan titik terhadap bidang) dan permasalahan dalam menyelesaikan soal.

Saran Referensi

Untuk menambah wawasan dalam pemahaman terkait modul 1, maka diharapkan mencari sumber belajar lain atau referensi selain dari modul ini. Sumber belajar untuk mendukung penambahan wawasan tersebut, antara lain sebagai berikut:

https://www.youtube.com/watch?v=zmBC1Pa-kLY
https://www.youtube.com/watch?v=Qfeqmkz8D-0
https://www.youtube.com/watch?v=uGACnM4rOPQ
https://www.youtube.com/watch?v=FY9Inp0hYdE
https://www.youtube.com/watch?v=BuWDlrG9GlY
https://www.youtube.com/watch?v=OamU1lK1UVU
https://www.youtube.com/watch?v=L3UjhMLQzvA
https://www.youtube.com/watch?v=rdoA4VZAeCw
https://www.youtube.com/watch?v=nYH6PFY3l0
https://www.youtube.com/watch?v=i1cO6qwgWLE
https://www.youtube.com/watch?v=wWSvaonOmqE

Daftar Pustaka

Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. (2017). Kurikulum Pendidikan Kesetaraan Paket C. Jakarta.

________________(2017). Permendikbud No. 24 tahun 2016 tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Kurikulum 2013 pada Pendidikan Dasar dan Menengah. Jakarta

Krismanto, A. (2008). Pembelajaran Sudut dan Jarak Dalam Ruang Dimensi Tiga. Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Mauludin, Ujang. (2008). Matematika Untuk SMA Kelas X. Bandung.

http://threedimensional2015.blogspot.com/2015/05/kedudukan-titik-garis-dan-bidang-dalam.html, diakses pada 25 April 2018

https://www.konsep-matematika.com/2016/04/konsep-jarak-pada-dimensi-tiga-atau- bangun-ruang.html, diakses pada 30 April 2018

https://mafia.mafiaol.com/2014/04/kedudukan-titik-terhadap-garis-dan-bidang.html, diakses pada 2 Juni 2018

https://www.wardayacollege.com/matematika/geometri-dimensi-tiga/geometri-jarak/ geometri-jarak-titik-garis/, diakses pada 20 Mei 2018

http://lailatusnurul.blogspot.co.id/2015/02/hubungan-antara-titik-garis-dan-bidang.html, diakses pada 2 Juni 2018

https://evinurngaenisite.wordpress.com/2017/01/07/hubungan-titik-garis-dan-bidang-dalam- ruang-dimensi-tiga/, diakses pada 4 Juni 2018

https://pendidikanmatematika315.wordpress.com/2017/03/23/contoh-dan-penyelesaian- jarak-titik-ke-titik-garis-dan-bidang/,diakses pada 4 Juni 2018

Profil Penulis

Nama : Garianto, S.Pd
TTL : Lumajang, 30 Agustus 1969
No HP : 08125077906
Email : Garry_esa@yahoo.co.id
Jabatan : Pamong Belajar
Instansi : BP PAUD dan Dikmas Kalteng

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. D3 Pendidikan Matematika Universitas Jember, 1992
2. S1 Pendidikan Matematika Universitas Palangka Raya,1999

Judul Buku dan Tahun Terbit:

Kado Ka Angga (Media Permainan Calistung), 2018

Nama : M. Hanafiah Novie, S.P., M.Si.
TTL : Banjarmasin, 20 November 1970
No HP : 08125166122
Email : muhanovboy@gmail.com
Jabatan : Pamong Belajar
Instansi : BP PAUD dan Dikmas Kalteng

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S1 Pertanian Universitas Muhammadiyah Palangka Raya, 1996
2. A.IV Universitas Muhammadiyah Palangka Raya, 2003
3. S2 Manajemen Universitas Palangka Raya, 2010

Nama : Dra. Agina J. Rosda
TTL : Banjarmasin, 18 Juni 1967
No HP : 085252714027
Email : aginarosda@gmail.com
Jabatan : Pamong Belajar
Instansi : BP PAUD dan Dikmas Kalteng

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

S1 Pendidikan Luar Sekolah Universitas Palangka Raya, 1991